

基于近场动力学有限元法板壳断裂在 ANSYS 的实现

Implementation of Plate and Shell Fracture in ANSYS Based on Peridynamic Finite Element Method

杨康¹ 郑国君^{*}

Yang kang Zheng Guojun

*通讯作者 E-mail: gj_zheng@dlut.edu.cn

1. 大连理工大学, 辽宁大连, 116000

摘要: 近场动力学理论采用积分形式平衡方程, 能自然模拟材料从微观损伤到宏观裂纹的过程, 但传统的无网格方法计算成本高。有限元法计算效率较高, 在处理连续介质问题时优势明显, 却难以处理非连续的断裂问题。本文将二者结合, 基于微梁键理论, 建立了用于近场动力学分析的壳单元本构关系模型。通过对微梁键位移进行插值计算以获取微势能, 依据应变能密度一致性原理推导本构参数, 同时引入均质化假设以简化参数求解过程, 并进一步提出基于应变能的断裂判据。借助 ANSYS 的 APDL 和 UDF 二次开发出自定义单元 PeriFem, 把无网格的近场动力学理论融入有网格的有限元分析体系。经多组数值算例验证, 该模型能准确模拟板壳变形, 精准预测断裂路径, 为板壳结构断裂分析提供了有效方法。

关键词: 近场动力学, 微梁键, 裂纹扩展, 二次开发

1 引言

薄壳结构因其轻质特性、高强度性能及良好的复杂载荷适应能力, 已在航空航天、汽车工程及建筑结构等领域中发挥关键作用。然而, 复杂工况下的裂纹萌生与扩展常导致结构失效, 成为威胁工程安全的关键问题。经典连续介质力学基于变形连续可微假设, 依赖微分方程描述力学行为, 在处理裂纹尖端位移不连续问题时面临本质局限——裂纹扩展过程中涉及的网格重构及应力奇异性处理, 使传统有限元法 (FEM) 与扩展有限元法 (XFEM) 在多裂纹耦合及三维复杂断裂问题中面临效率下降与精度不足等挑战^[1-3]。内聚力单元、生死单元等修正方法虽尝试解决不连续性, 但存在参数依赖性强、多裂纹模拟能力弱等问题^[4-6]。

Silling^[7]于 2000 年提出的近场动力学 (Peridynamics, PD) 理论, 为断裂问题的建模与分析提供了新的突破性路径。该理论摒弃微分方程, 通过积分形式的平衡方程描述物质点与邻域的长程相互作用, 自然兼容连续与非连续变形, 可直观模拟从微观损伤到宏观裂纹的演化过程。早期键基近场动力学 (BBPD) 模型通过“键”的伸长率表征变形, 在均质材料裂纹扩展中展现无需网格重构的优势, 但受限于泊松比固定 (通常为 1/4 或 1/3), 难以适应工程多材料需求。为提升模型适用范围, Silling^[8]等人提出了态基近场动力学 (State-Based Peridynamics, SBPD) 理论, 通过将相互作用力与物质点的整体变形状态建立关联, 显著增强了对不同泊松比材料的适应能力。进一步发展的非普通态基模型 (NOSB-PD) 引入应变能密度函数, 完善了各向同性及各向异性材料的断裂分析框架^[9]。

为克服 BBPD 模型在剪切响应与材料旋转表征方面的局限, Gerstle^[10]等提出微极近场动力学模型, 引入成对力矩以捕捉旋转效应, 从而突破了泊松比的适用性限制。Liu 和 Hong^[11]

采用力补偿策略,通过额外修正力增强非固定泊松比材料的模拟能力。Prakash 和 Seidel^[12]发展的双参数 BBPD 模型引入切向刚度,Zhou 和 Shou^[13]及 Zhu 和 Ni^[14]分别通过额外切向键与键旋转效应改进,解决了三维分析中的泊松比受限问题,显著提高了复杂变形场景的适用性。Zheng^[15]等提出的改进 BBPD 模型结合粒子旋转角与横向剪切力计算,实现角动量守恒并消除参数限制,为板壳结构多模式变形分析奠定了理论基础。在数值实现方面,Han^[16]等提出的近场动力学有限元法(PeriFEM)将 PD 嵌入有限元框架,通过弱形式方程离散与形函数插值,显著提升了裂纹扩展计算效率。自适应 PD 方法、GPU 加速技术及多尺度耦合策略的发展,进一步推动了 PD 理论向工程应用的转化^[17]。

在板壳结构断裂分析中,近场动力学经历了从薄板到中厚板、从小变形到几何非线性的拓展。O'Grady 和 Foste^[18]基于 SBPD 理论构建 Kirchhoff-Love 板模型,采用各向同性弯曲状态的建模方式,使得裂纹扩展模拟可适用于不同泊松比的板材。Taylor 和 Steigmann^[19]通过渐进分析推导二维 BBPD 薄板模型,为二维材料理论研究提供了起点。Taştan^[20]等构建的正交各向异性 Kirchhoff 板 PD 模型通过引入均质化策略来模拟渐进损伤行为,在各向异性材料分析中准确性较高。针对中厚板壳结构,Diyaroglu^[21]等构建了包含剪切效应的 BBPD 梁与板模型,并将运动控制方程简化为 Timoshenko 梁或 Mindlin 板的形式,以更精准地刻画中厚板的受力行为。Chowdhury^[22]等提出的 SBPD 模型引入弯曲键描述力传递,提升了剪切变形修正精度。Yang^[23]等将 PD-Mindlin 板公式嵌入有限元框架中加以实现,验证了复杂断裂问题中的计算稳定性。

针对工程实践中常见的大变形与几何非线性问题,Behzadinasab^[24]等提出了无旋转形式的 Kirchhoff-Love PD 壳模型,在薄壁结构的大弹性变形与断裂模拟中展现出良好的适应性与精度。Shen^[25]等构建的微梁键基 PD 壳体模型通过插值法描述扭转、弯曲及横向剪切变形,消除了泊松比限制,经实验与仿真对比验证了大变形问题的有效性。Zheng 和 Shen^[26]等建立的耦合壳模型融合 PD 与经典连续介质力学(CCM),提出适用于几何非线性变形的断裂准则,为薄壳结构断裂行为分析提供了新工具。

商业化软件集成方面,ANSYS 的二次开发技术为 PD 理论工程化提供了关键路径。Han^[27]等通过 APDL 参数化语言与 UPF 用户可编程特性,在 ANSYS 中实现 PeriFEM 模块,自定义单元类型与求解器,有效处理裂纹扩展中的非局部效应,验证了耦合方法的可行性。Kilic 和 Madenci^[28]提出了一种基于重叠区域的耦合策略,通过插值传递位移变量,实现了 PD 区域与有限元区域间过渡过程的稳定衔接与性能提升。Seleson^[29]等的混合函数模型解决了 PD 与传统弹性理论的耦合问题,Bobaru 和 Duangpanya^[30]引入 GPU 并行计算技术,大幅提升三维裂纹扩展模拟效率。然而,现有研究多集中于二维实体单元或小变形场景,针对三维板壳结构大变形断裂的深度集成仍存在耦合区域刚度矩阵过渡不连续、断键状态追踪效率低等瓶颈。

2 近场动力学板壳模型

如图 3.1 所示,点 x_i 的近场域 H_x 完全包含在节点为 1、2、3、4 的四边形单元内。该四边形单元边长为 $L = 2\delta$,其局部坐标系 XYZ 定义如下: X 轴沿节点 1 至节点 2 方向, Y 轴由节点 2 指向节点 3 并与 X 轴正交, Z 轴为单元法线方向。鉴于四边形单元的大部分区域被近场域的重叠部分所覆盖,因此将点 x_i 近场域均质化处理扩展至整个单元区域,从而简化本构参数的后续推导过程。

2.1 薄壳结构面内响应的本构参数建模

面内的几何变形主要由沿 X 轴与 Y 轴方向的平移位移,以及绕 Z 轴方向的角位移构成。在局部坐标系中,四边形单元的各节点沿 X 与 Y 方向的平移分量分别记作 U_I 、 V_I , 绕 Z 轴的旋转角则记为 θ_{ZZ} 。四边形单元的面内位移向量 $\bar{\mathbf{U}}^e$ 可构建为如下所示:

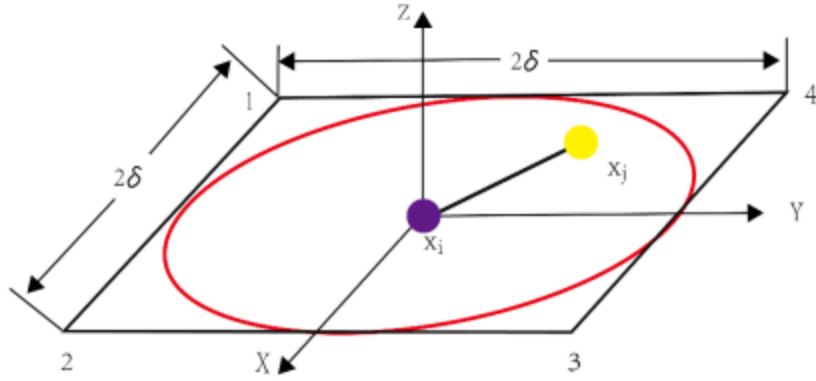


图1 点 x_j 近场域被四边形单元围住

$$\bar{\mathbf{U}}^e = \{\bar{\mathbf{U}}_1^T \quad \bar{\mathbf{U}}_2^T \quad \bar{\mathbf{U}}_3^T \quad \bar{\mathbf{U}}_4^T\}^T \quad (1)$$

式中,

$$\bar{\mathbf{U}}_I^T = \{U_I \quad V_I \quad \theta_{ZZ}\} \quad (I=1,2,3,4) \quad (2)$$

四边形单元内任意位置处的面内位移向量可由 Allman 插值函数联合公式(1)进行表达:

$$\bar{\mathbf{U}}(p,q) = \{U \quad V \quad \theta_z\}^T = \bar{\mathbf{N}}(p,q) \bar{\mathbf{U}}^e \quad (3)$$

其中 $\bar{\mathbf{N}}(p,q)$ 是表示面内变形的插值函数

$$\bar{\mathbf{N}}(p,q) = [\bar{\mathbf{N}}_1(p,q) \quad \bar{\mathbf{N}}_2(p,q) \quad \bar{\mathbf{N}}_3(p,q) \quad \bar{\mathbf{N}}_4(p,q)]$$

$$\bar{\mathbf{N}}_I(p,q) = \begin{bmatrix} \bar{N}_I & 0 & \bar{N}_{K_1} Y_{J_1} - \bar{N}_{K_2} Y_{J_2} \\ 0 & \bar{N}_I & -\bar{N}_{K_1} X_{J_1} I + \bar{N}_{K_2} X_{J_2} \\ 0 & 0 & \bar{N}_I \end{bmatrix} \quad (I=1,2,3,4) \quad (4)$$

$$p = (X - X_c) / \delta, q = (Y - Y_c) / \delta \quad (-1 \leq p, q \leq 1)$$

式中的右下角标参数为:

$$\begin{cases} J_1 = \text{MOD}(I+2, 4) + 1 \\ J_2 = \text{MOD}(I, 4) + 1 \\ K_1 = J_1 + 4, K_2 = I + 4 \end{cases} \quad (5)$$

其中 X_c 和 Y_c 是四边形单元的形心坐标。

矩阵 $\bar{N}_I(p,q)$ 的各项元素按如下形式进行表示:

$$\begin{aligned}
\bar{N}_I(p, q) &= \frac{1}{4}(1 + p_I p)(1 + q_I q) \\
\bar{N}_K(p, q) &= \begin{cases} \frac{1}{16}(1 - p^2)(1 + q_{K-4} q) & (K = 5, 7) \\ \frac{1}{16}(1 + p_{K-4} p)(1 - q^2) & (K = 6, 8) \end{cases} \\
p_I &= (-1, 1, 1, -1), q_I = (-1, -1, 1, 1) \\
X_{II} &= X_J - X_I, Y_{II} = Y_J - Y_I \quad (I = 1, 2, 3, 4)
\end{aligned} \tag{6}$$

K, I, J 为有序三元组, 排列顺序分别为(5,1,2), (6,2,3), (7,3,4), (8,4,1)。
依据公式(3), 微梁键两 endpoint x_i 与 x_j 在其局部坐标系中的面内位移向量可表示如下:

$$\bar{\mathbf{U}} = \{U_i \quad V_i \quad \theta_z \quad U_j \quad V_j \quad \theta_{jz}\}^T = \bar{\mathbf{R}}\mathbf{U}^e \tag{7}$$

其中,

$$\bar{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{N}}(p_i, q_i) \\ \bar{\mathbf{N}}(p_j, q_j) \end{bmatrix} \tag{8}$$

在微梁键所处的局部坐标系内, 其两个 endpoint x_i 和 x_j 对应的面内位移矢量被定义为:

$$\bar{\mathbf{u}} = \{u_i \quad v_i \quad \theta_{iz} \quad u_j \quad v_j \quad \theta_{jz}\}^T \tag{9}$$

利用坐标变换关系, 可得微梁键 endpoint x_i 与 x_j 在其局部坐标系中的面内位移向量形式如下:

$$\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{T}}\mathbf{U} = \bar{\mathbf{T}}\bar{\mathbf{R}}\mathbf{U}^e \tag{10}$$

$\bar{\mathbf{T}}$ 表示正方形单元与微梁键对应局部坐标系之间的坐标变换矩阵, 前提是假定这两个局部系的坐标轴彼此完全重合。

$$\bar{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

θ 为 x 轴与 X 之间的夹角。

如图 3.2 所示, 在面内变形的工况下, 微梁键仅可承受沿轴方向的拉压变形以及绕轴方向的横向弯曲。因此, 微梁键所对应的应变可在其局部坐标系中表示为:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = [\varepsilon_x \quad \kappa_z]^T = \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{u}} \tag{12}$$

ε_x, κ_z 分别表示轴方向的应变和 z 方向的曲率;

$$\bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\xi} & 0 & 0 & \frac{1}{\xi} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12\chi-6}{\xi^2} & \frac{6\chi-4}{\xi} & 0 & -\frac{12\chi-6}{\xi^2} & \frac{6\chi-2}{\xi} \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中 χ 为形状参数， ξ 表示键的长度。

由公式（10）与公式（12）可推导得出：

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{T}}\bar{\mathbf{R}}\bar{\mathbf{U}}^e \quad (14)$$

基于均质化假设，在均质化假设前提下，若认为四边形单元内部应变处处相等且为 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY} = [\varepsilon_X \ \varepsilon_Y \ \gamma_{XY}]^T$ ，则其面内位移矢量可定义如下：

$$\bar{\mathbf{U}}^e = \begin{bmatrix} -\varepsilon_X\delta - \gamma_{XY}\delta & -\varepsilon_Y\delta & -\frac{\gamma_{XY}}{2} & \varepsilon_X\delta - \gamma_{XY}\delta & -\varepsilon_Y\delta & -\frac{\gamma_{XY}}{2} \\ \varepsilon_X\delta + \gamma_{XY}\delta & \varepsilon_Y\delta & -\frac{\gamma_{XY}}{2} & -\varepsilon_X\delta + \gamma_{XY}\delta & \varepsilon_Y\delta & -\frac{\gamma_{XY}}{2} \end{bmatrix}^T \quad (15)$$

ε_X 、 ε_Y 和 γ_{XY} 分别表示 X 轴方向的正应变、Y 轴方向的正应变以及 X 轴与 Y 轴之间的剪切应变分量。

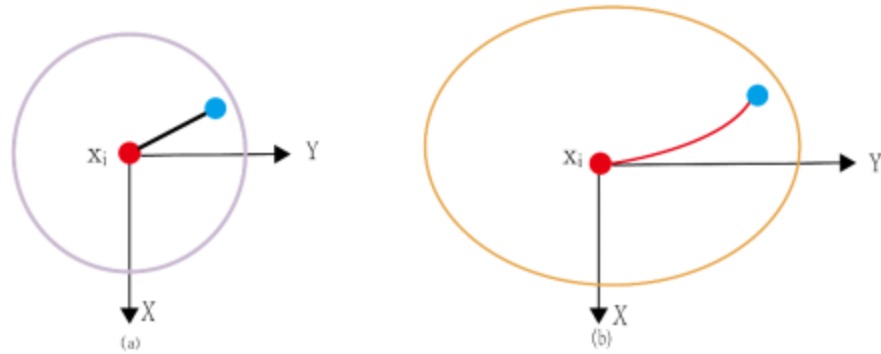


图2 微梁键的面内变形 (a) 未变形状态 (b) 变形状态

由公式（14）与（15）联立可得如下表达式：

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_X \cos^2 \theta + \varepsilon_Y \sin^2 \theta + \gamma_{XY} \sin \theta \cos \theta \\ 6(2\chi-1) \left[(\varepsilon_X - \varepsilon_Y) \cos \theta \sin \theta - \gamma_{XY} \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) \right] \\ \xi \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_\xi \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY} \quad (16)$$

式中，

$$\bar{\mathbf{T}}_\xi = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ T_1 \sin \theta \cos \theta & -T_1 \sin \theta \cos \theta & -T_1 \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \frac{6(2\chi-1)}{\xi} \quad (18)$$

可推导出微梁键在轴向与弯曲作用下所对应的本构参数矩阵形式如下：

$$\bar{\mathbf{D}}_{PD} = \begin{bmatrix} c_{ax} & 0 \\ 0 & c_{bx} \end{bmatrix} \quad (19)$$

由此，微梁键的微观势能可分别通过公式（16）与（18）进行表达：

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &= \frac{1}{2} \int_{x_i}^{x_j} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \bar{\mathbf{D}}_{PD} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \bar{\mathbf{D}}_{PD} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \xi d\chi \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY}^T \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_\xi^T \bar{\mathbf{D}}_{PD} \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_\xi \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY} \xi d\chi \end{aligned} \quad (20)$$

PD 理论中，面内物质点 x_i 的应变能密度可用公式(19)表示为：

$$\begin{aligned} \bar{W}_{PD}(\mathbf{x}_i) &= t \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \bar{\omega} \xi d\theta d\xi \\ &= \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY}^T \left(\frac{t}{4} \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_\xi^T \bar{\mathbf{D}}_{PD} \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_\xi \xi^2 d\chi d\theta d\xi \right) \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY} \end{aligned} \quad (21)$$

式中 $1/2$ 表示其两端节键能平均分担， t 表示该四边形单元的厚度参数。根据经典连续介质力学理论，该点 x_i 的面内应变能密度可表示如下：

$$\bar{W}_{CCM}(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{2} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY}^T \mathbf{D}_m \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY} \quad (22)$$

式中，

$$\mathbf{D}_m = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (23)$$

E 是杨氏模量， ν 是泊松比。
令 $W_{PD}(\mathbf{x}_i) = W_{CCM}(\mathbf{x}_i)$ 可得：

$$\begin{aligned} c_{ax} &= \frac{6E}{\pi t \delta^3 (1-\nu)} \\ c_{bx} &= \frac{E(1-3\nu)}{6\pi t \delta (1-\nu^2)} \end{aligned} \quad (24)$$

2.2 薄壳结构弯曲响应的本构参数建模

弯曲响应涉及 Z 轴方向的位移变化, 以及相对于 X 轴和 Y 轴的角度旋转。因此, 在四边形单元的局部坐标系下, 各个节点在 Z 向的位移量, 以及绕 X 与 Y 方向的旋转角度, 可分别用 W_I , θ_{IX} , θ_{IY} 。四边形单元的弯曲位移向量可表示为如下形式:

$$\tilde{\mathbf{U}}^e = \{\tilde{\mathbf{U}}_1^T \quad \tilde{\mathbf{U}}_2^T \quad \tilde{\mathbf{U}}_3^T \quad \tilde{\mathbf{U}}_4^T\}^T \quad (25)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{U}}_I^T = \{W_I \quad \theta_{IX} \quad \theta_{IY}\} \quad (I=1,2,3,4) \quad (26)$$

在四边形单元中的任意一点, 其弯曲位移向量可通过三次插值函数与公式 (24) 来进行表示:

$$\tilde{\mathbf{U}}(p, q) = \{W \quad \theta_x \quad \theta_y\}^T = \tilde{\mathbf{N}}(p, q) \tilde{\mathbf{U}}^e \quad (27)$$

其中 $\mathbf{N}(p, q)$ 为用于表征弯曲变形的插值函数, 具体表达如下所示:

$$\tilde{\mathbf{N}}(p, q) = [\tilde{\mathbf{N}}_1(p, q) \quad \tilde{\mathbf{N}}_2(p, q) \quad \tilde{\mathbf{N}}_3(p, q) \quad \tilde{\mathbf{N}}_4(p, q)]$$

$$\tilde{\mathbf{N}}_I(p, q) = \begin{bmatrix} \tilde{N}_I(p, q) & \tilde{N}_{IX}(p, q) & \tilde{N}_{IY}(p, q) \\ \frac{\partial \tilde{N}_I(p, q)}{\partial \delta q} & \frac{\partial \tilde{N}_{IX}(p, q)}{\partial \delta q} & \frac{\partial \tilde{N}_{IY}(p, q)}{\partial \delta q} \\ -\frac{\partial \tilde{N}_I(p, q)}{\partial \delta p} & -\frac{\partial \tilde{N}_{IX}(p, q)}{\partial \delta p} & -\frac{\partial \tilde{N}_{IY}(p, q)}{\partial \delta p} \end{bmatrix} \quad (I=1,2,3,4) \quad (28)$$

$$p = (X - X_c) / \delta, q = (Y - Y_c) / \delta \quad (-1 \leq p, q \leq 1)$$

其中 X_c 和 Y_c 是该四边形单元的形心坐标。

矩阵 $\mathbf{N}(p, q)$ 的各个元素表达如下所示:

$$\tilde{N}_I(p, q) = -\frac{1}{8} [(1 + p_I p)(1 + q_I q)(p^2 + q^2 - p_I p - q_I q - 2)]$$

$$\tilde{N}_{IX}(p, q) = \frac{\delta}{8} q_I [(1 + p_I p)(1 + q_I q)^2 (q_I q - 1)]$$

$$\tilde{N}_{IY}(p, q) = -\frac{\delta}{8} p_I [(1 + p_I p)^2 (1 + q_I q)(p_I p - 1)]$$

$$\frac{\partial \tilde{N}_I}{\partial p} = -\frac{1}{8} p_I (1 + q_I q)(3p^2 + q^2 - q_I q - 3)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{N}_I}{\partial q} &= -\frac{1}{8} q_I (1 + p_I p) (p^2 + 3q^2 - p_I p - 3) \\
\frac{\partial \tilde{N}_{IX}}{\partial p} &= \frac{\delta}{8} p_I q_I (1 + q_I q)^2 (q_I q - 1) \\
\frac{\partial \tilde{N}_{IX}}{\partial q} &= \frac{\delta}{8} (3q_I q - 1) (1 + p_I p) (1 + q_I q) \\
\frac{\partial \tilde{N}_{II}}{\partial p} &= -\frac{\delta}{8} (3p_I p - 1) (1 + p_I p) (1 + q_I q) \\
\frac{\partial \tilde{N}_{II}}{\partial q} &= -\frac{\delta}{8} p_I q_I (1 + p_I p)^2 (p_I p - 1) \\
p_I &= (-1, 1, 1, -1), q_I = (-1, -1, 1, 1)
\end{aligned} \tag{29}$$

根据公式(26)，微梁键两端点 x_i 和 x_j 在其局部坐标系中的弯曲位移向量可表示如下：

$$\tilde{\mathbf{U}} = \{W_i \quad \theta_{ix} \quad \theta_{iy} \quad W_j \quad \theta_{jx} \quad \theta_{jy}\}^T = \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{U}}^e \tag{30}$$

式中 $\tilde{\mathbf{R}}$ 是插值矩阵：

$$\tilde{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{N}}(p_i, q_i) \\ \tilde{\mathbf{N}}(p_j, q_j) \end{bmatrix} \tag{31}$$

在微梁键局部坐标系下，其弯曲位移矢量定义如下：

$$\tilde{\mathbf{u}} = \{w_i \quad \theta_{ix} \quad \theta_{iy} \quad w_j \quad \theta_{jx} \quad \theta_{jy}\}^T \tag{32}$$

结合坐标变换映射关系，可将微梁键端点 x_i 和 x_j 在局部坐标系中的弯曲位移向量表示为如下结构形式：

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{T}} \tilde{\mathbf{U}} = \tilde{\mathbf{T}} \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{U}}^e \tag{33}$$

式 $\tilde{\mathbf{T}}$ 为用于建立正方形单元与微梁键局部坐标系之间映射关系的变换矩阵，在两局部坐标系的轴线完全重合的假设下，可得：

$$\tilde{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \tag{34}$$

在弯曲响应下，微梁键仅会产生绕自身轴线的横向弯曲及扭转变形。因此，微梁键的应变可在其对应的局部坐标系中表示为以下形式：

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\kappa_y \quad \phi_x]^T = \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{u}} \tag{35}$$

κ_y 、 ϕ_x 分别表示在 X 方向上的曲率与扭转率：

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \frac{12\chi-6}{\xi^2} & 0 & -\frac{6\chi-4}{\xi} & -\frac{12\chi-6}{\xi^2} & 0 & -\frac{6\chi-2}{\xi} \\ 0 & -\frac{1}{\xi} & 0 & 0 & \frac{1}{\xi} & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

结合式(31)公式(34)可得:

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{T}}\tilde{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{U}}^e \quad (37)$$

在均质化假设条件下,若认为四边形单元内部应变均匀分布且各点取值一致,并满足 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY} = [\kappa_Y \ \kappa_X \ \kappa_{XY}]^T$, 则其弯曲位移矢量可定义如下:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{U}}^e = & \begin{bmatrix} \frac{\kappa_{XY}\delta^2}{2} & \left(-\kappa_X - \frac{\kappa_{XY}}{2}\right)\delta & \left(\kappa_Y + \frac{\kappa_{XY}}{2}\right)\delta & -\frac{\kappa_{XY}\delta^2}{2} \\ \left(-\kappa_X + \frac{\kappa_{XY}}{2}\right)\delta & \left(-\kappa_Y + \frac{\kappa_{XY}}{2}\right)\delta & \frac{\kappa_{XY}\delta^2}{2} & \left(\kappa_X + \frac{\kappa_{XY}}{2}\right)\delta \\ \left(-\kappa_Y - \frac{\kappa_{XY}}{2}\right)\delta & -\frac{\kappa_{XY}\delta^2}{2} & \left(\kappa_X - \frac{\kappa_{XY}}{2}\right)\delta & \left(\kappa_Y - \frac{\kappa_{XY}}{2}\right)\delta \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (38)$$

κ_X 、 κ_Y 和 κ_{XY} 分别对应 X 向与 Y 向的曲率分量,以及 X 与 Y 轴耦合方向的扭率分量。结合公式(37)和公式(36), 可得:

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \kappa_Y \cos^2 \theta + \kappa_X \sin^2 \theta + \kappa_{XY} \sin \theta \cos \theta \\ (\kappa_X - \kappa_Y) \sin \theta \cos \theta + \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2}\right) \kappa_{XY} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{T}}_\xi \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY} \quad (39)$$

式中

$$\tilde{\mathbf{T}}_\xi = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (40)$$

微梁键在弯曲与扭转作用下所对应的本构参数矩阵可表述为如下形式:

$$\tilde{\mathbf{D}}_{PD} = \begin{bmatrix} c_{by} & 0 \\ 0 & c_{tor} \end{bmatrix} \quad (41)$$

由此, 微梁键的微观势能可分依据公式 (38) 与 (40) 进行表达:

$$\begin{aligned} \tilde{w} &= \frac{1}{2} \int_{x_i}^{x_j} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \tilde{\mathbf{D}}_{PD} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \tilde{\mathbf{D}}_{PD} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \xi d\chi \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY}^T \tilde{\mathbf{T}}_\xi^T \tilde{\mathbf{D}}_{PD} \tilde{\mathbf{T}}_\xi \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY} \xi d\chi \end{aligned} \quad (42)$$

基于近场动力学理论, 物质点 \mathbf{x}_i 的弯曲应变能密度可按照公式 (41) 进行计算:

$$\begin{aligned}\tilde{W}_{PD}(\mathbf{x}_i) &= t \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \tilde{\omega}_\xi d\theta d\xi \\ &= \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY}^T \left(\frac{t}{4} \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_0^1 \tilde{\mathbf{T}}_\xi^T \tilde{\mathbf{D}}_{PD} \tilde{\mathbf{T}}_\xi \xi^2 d\chi d\theta d\xi \right) \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY}\end{aligned}\quad (43)$$

在经典连续介质力学模型中，物质点 \mathbf{x}_i 的弯曲应变能密度可表示为：

$$\tilde{W}_{CCM}(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{2t} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY}^T \mathbf{D}_b \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{XY} \quad (44)$$

式中

$$\mathbf{D}_b = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (45)$$

将公式 (42) 与公式 (43) 等同处理，可推导出如下表达式：

$$\begin{aligned}c_{by} &= \frac{Et}{2\pi\delta^3(1-\nu)} \\ c_{br} &= \frac{Et(1-3\nu)}{2\pi\delta^3(1-\nu^2)}\end{aligned}\quad (46)$$

2.3 构建微梁键等效刚度矩阵

在前两小节中，已完成对扭转及弯曲变形相关本构参数的推导，由此 PD 壳模型所需的四项本构参数全部获得。依据有限元方法的基本框架，可通过将刚度矩阵中的相应参数替换为 PD 模型下的本构量，构建出 PD 壳模型中微梁键对应的局部刚度矩阵。

在微梁键所处的局部坐标系下，其在 PD 壳模型中的受力与对应的力密度关系可表述如下：

$$\mathbf{f} = \mathbf{k}\mathbf{u} \quad (47)$$

式中

$$\mathbf{f}^T = \{f_x \quad f_y \quad f_z \quad m_x \quad m_y \quad m_z \quad f_{jx} \quad f_{jy} \quad f_{jz} \quad m_{jx} \quad m_{jy} \quad m_{jz}\} \quad (48)$$

$$\mathbf{u}^T = \{u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z \quad u_j \quad v_j \quad w_j \quad \theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z\} \quad (49)$$

2.4 键的断裂准则

在近场动力学理论中，可借助定义键的断裂状态来进行裂纹的产生与扩展模拟。当物质点之间产生的 PD 键断裂数量超过某一阈值，裂纹将在宏观尺度中表现出来。在经典近场动力学理论中，裂纹判据通常基于临界伸长率准则：当物质点间的实际伸长率 s 超过预设阈值 s_0 时，该键被视为发生断裂。这种方法直观且计算简便，尤其在拉伸或压缩情况下效果良好。然而，此方法存在一定的局限性，难以准确反映复杂板壳模型中微梁键的损伤情况。

板壳模型的变形较为复杂，既受到轴向变形作用，同时还会叠加扭转和弯曲变形。当微梁键在扭转和弯曲作用下达到损伤阈值时，尽管轴向未表现出明显拉伸，该微梁键仍可能断

裂。所以单一的伸长率判断方法在此情境下已无法准确评估微梁键的损伤状态。因此，需要一种更合理的断裂判据，以更精准地描述板壳模型中微梁键的损伤情况。

文献^[31]提出了一种以能量方法为基础的裂纹判定准则。其核心思想是通过单位断裂面能量通量的计算，进而推导出临界微势能值。并将 PD 键当前的微势能与临界值进行对比，

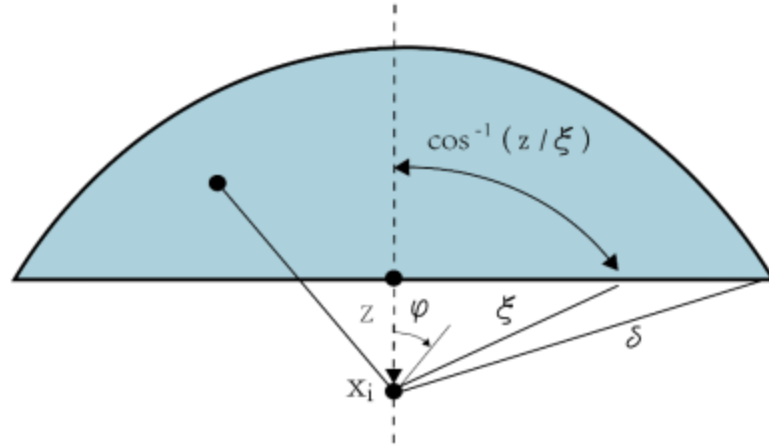


图 3 二维条件断裂能示意图

若前者超过临界值，则认为该键已发生断裂。相较于传统的伸长率判据，该方法不仅适用于拉伸和压缩情境，还能有效捕获由于弯曲和扭转载荷引发的断裂情况，表现出更强的适用性。

借鉴文献^[31]的研究基础，本文提出了一种面向微梁键 PD 板壳模型的断裂判断方法。此方法以能量破坏准则为理论依据，通过比较微梁键当前微势能与临界值，判断键是否发生损伤。鉴于本文所建 PD 壳模型为二维平面问题，结合图 3，其断裂能释放率被定义为单位裂面上全部断裂键释放的能量总和，即打开单位面积新裂纹面所需的能量。

断裂能量的释放率可按如下所示定义为：

$$G_c = 2t \int_0^\delta \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}(z/\xi)} \omega_c \xi d\phi d\xi dz \quad (50)$$

t 是壳单元的厚度， ω_c 可以表示为：

$$\omega_c = \frac{1}{2} \int_{x_i}^{x_i} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_{PD} \boldsymbol{\varepsilon} dx \quad (51)$$

式中，

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \quad \kappa_y \quad \kappa_z \quad \phi_x]^T \quad (52)$$

$\varepsilon_x, \kappa_y, \kappa_z$ 和 ϕ_x 分别表示 x 轴方向的正应变、 y 向与 z 向的曲率，以及绕 x 轴的扭转率。。设定微梁键在 x_i 点的近场区域内发生均匀变形，则近场内各处应变可视为一致且相等：

$$\omega_c = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_{PD} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (53)$$

接着可由公式（50）推导出对应的断裂能积分表达式如下：

$$\begin{aligned} G_c &= 2t \int_0^\delta \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}z/\xi} \omega_c \xi d\phi d\xi dz \\ &= \frac{t\delta^4}{2} \left(\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_{PD} \boldsymbol{\varepsilon} \right) \end{aligned} \quad (54)$$

最终构建的能量破坏准则可适用于 PD 壳模型中微梁键的断裂判定，其表达形式如下：

$$\bar{\omega}_{bond} = \frac{1}{2} \varepsilon^T \mathbf{D}_{PD} \varepsilon = \frac{2G_c}{t\delta^4} \quad (55)$$

进一步,如果仅考虑轴向变形,即微梁键模型将简化为传统键基近场动力学经典模型(BBPD):

$$G = \frac{t\delta^4}{4} c_{ax} \varepsilon_x^2 \quad (56)$$

当达到断裂时:

$$G = G_c \quad (57)$$

可据此推得发生断裂时对应的临界轴向应变表达式:

$$\varepsilon_x^{Failure} = \sqrt{\frac{4G_c}{c_{ax}t\delta^4}} \quad (58)$$

代入轴向变形本构参数 $c_{ax} = \frac{6E}{\pi t \delta^3 (1-\nu)} = \frac{9E}{\pi t \delta^3}$ 得:

$$\varepsilon_x^{Failure} = \sqrt{\frac{4G_c}{c_{ax}t\delta^4}} = \sqrt{\frac{4G_c}{\frac{9E}{\pi t \delta^3} t \delta^4}} = \sqrt{\frac{4\pi G_c}{9E\delta}} \quad (59)$$

在该条件下计算得到的临界伸长率与参考文献所给出的值保持良好一致性,说明本文所提出的断裂准则可退化为经典 BBPD 模型,从而验证其理论的准确性。所以可得到任意一根 PD 键的微势能密度,如下所示:

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^T \mathbf{D}_{PD} \varepsilon_{ij} \quad (60)$$

若 $\omega_{ij} > \omega_{bond}$, 则视为该键失效,其断裂后键间作用力将瞬间消除且不可恢复;当大量键

接连断裂时,最终将表现为宏观层面的裂纹生成。

3 ANSYS 中板壳断裂实现算例

3.1 数值精度算例

3.1.1 准静态载荷下薄板拉伸

为评估本文模型在均匀变形条件下的准确性,本文选择一块进行轴向拉伸的薄板作为测试对象。图 4 展示了该拉伸板的几何特征及相应的边界条件设置。材料属性设定为各向同性且满足线弹性假设。该板几何参数:边长为 $L=W=1\text{m}$,厚度为 $t=2\text{mm}$ 。该材料的基本力学性能参数包括:杨氏模量 $E=70\text{GPa}$,泊松比 $\nu=0.25$ 。笛卡尔坐标系位于板的中心位置。

板的左边界和底边为滚动支撑,上边界为自由边,右边界施加了均匀的拉伸载荷: $\sigma_0=1.0\text{Mpa}$ 。PD 区域设置为 $0.5\text{m} \times 0.5\text{m}$ 位于板的正中间,模型采用边长 $\Delta=1\text{mm}$ 的四边形单元进行离散,近场域的大小设置为 $\delta=3\Delta$,设定参数 $m=3$ 。

利用在 ANSYSapdl 中二次开发的近场有限元单元 PeriFEM 与 ANSYSapdl 软件计算的有限元结果，进行后处理分析，其与 PD 模型结果对比如图 5 所示图 (a)和(b) 展示 u_x 位移对照，图 (c)和(d) 展示位移 u_y 输出对比。观察两者的后处理结果对比图，X 向位移的 PD 结

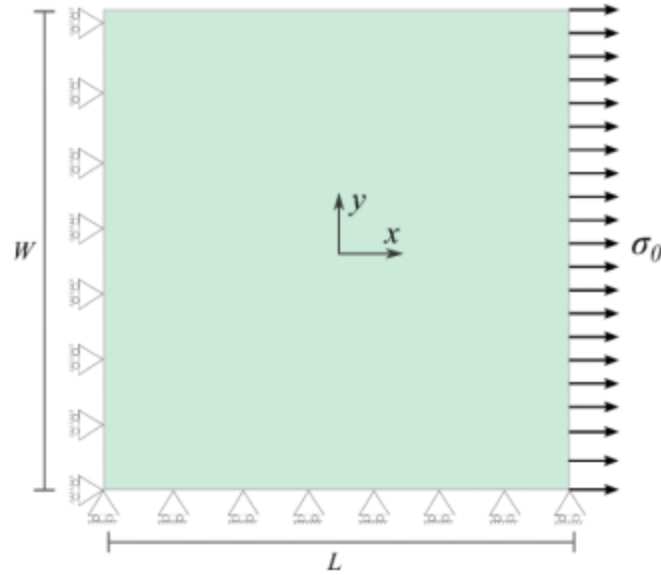


图 4 轴向拉伸正方形板

果与有限元计算结果高度吻合，变化趋势一致，Y 向位移结果也基本一致。

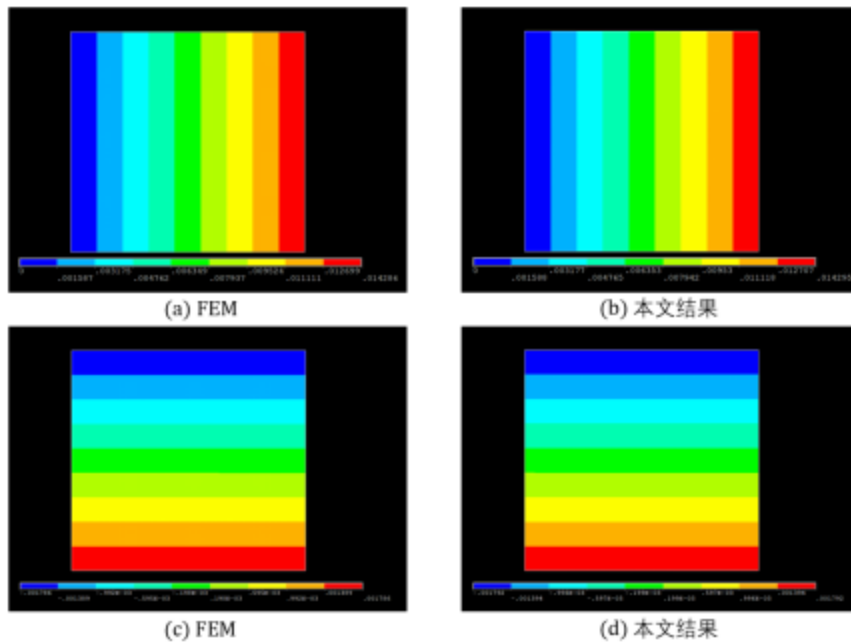


图 5 位移结果对比

3.1.2 横向剪切薄板

为评估本文模型在横向位移计算方面的性能，选择了一块剪切板进行分析。该板的几何形状如图 6 所示，几何尺寸为：长度 $L = 100 \text{ mm}$ ，高度 $H = 40 \text{ mm}$ ，板厚 $t = 1 \text{ mm}$ 。材料性质为各向同性且具线弹性，其参数设定为： $E = 200 \text{ GPa}$ ，泊松比 $\nu = 1/3$ 。坐标系原点设于板左下角节点处。

板左侧边界的一整行节点被施加 X 向与 Y 向的位移约束，右侧边缘顶端施加集中载荷，载荷值为 $F = 200\text{ N}$ 。PD 区域设为 $50 \times 20\text{ mm}$ 的矩形区域，占模型总面积的 25%。离散网格尺度为 $\Delta = 1\text{ mm}$ ，近场区域宽度设为 $\delta = 3\Delta$ ，对应 $m = 3$ 。

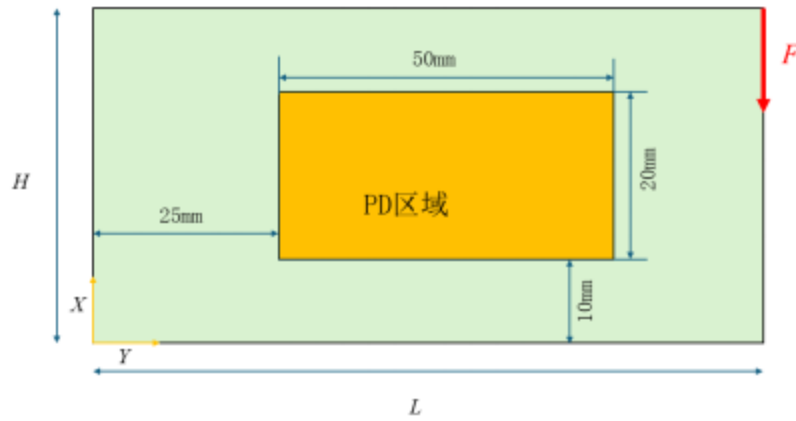


图 6 横向剪切板

通过 ANSYSapdl 平台对本文开发的近场有限元单元 PeriFEM 与原有 ANSYSapdl 单元分别进行计算，并对计算结果进行后处理，相关结果见图 9。图 9(a)、(b) 分别展示了 X 向位移对比，图 7(c)、(d) 显示 Y 向位移对比。从图中可以看出，两类单元的位移分布趋势高度一致，且本文所提出的 PeriFEM 单元与 ANSYSapdl 原生单元计算结果吻合良好。

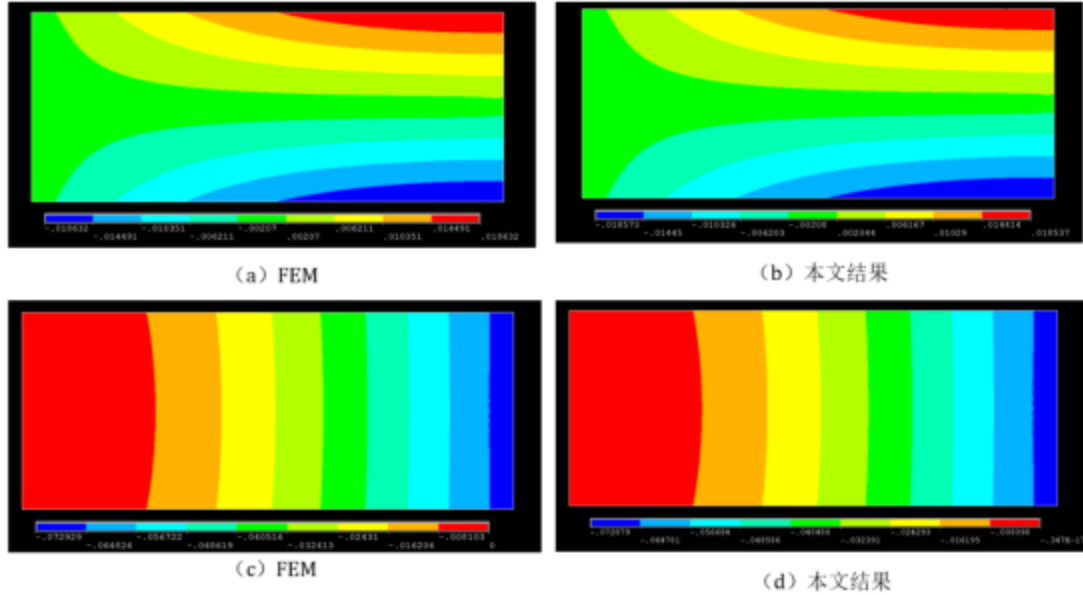


图 7 数值结果

3.1.3 受集中力的圆环

为评估所建模型在弯曲响应捕捉方面的有效性，本文选取了一个薄壁圆环结构进行数值验证，其几何参数见图 9 所示，圆环半径设为 $R = 200 \text{ mm}$ ， z 轴方向高度为 $H = 60 \text{ mm}$ ，壁厚为 $t = 3 \text{ mm}$ 。该模型在左侧施加完全约束，右侧施加均布载荷，载荷强度为 $F = 10 \text{ N}$ 。材料性质包括：杨氏模量 $E = 100 \text{ GPa}$ ，泊松比 $\nu = 1/3$ 。利用 ANSYSapdl 软件对该圆环模型进行前处理，包括设置边界条件与网格划分，采用边长为 $\Delta = 5 \text{ mm}$ 的四边形单元进行离散。PD 区域布置情况见图 12，近场域半径选为 $\delta = 3\Delta$ 。

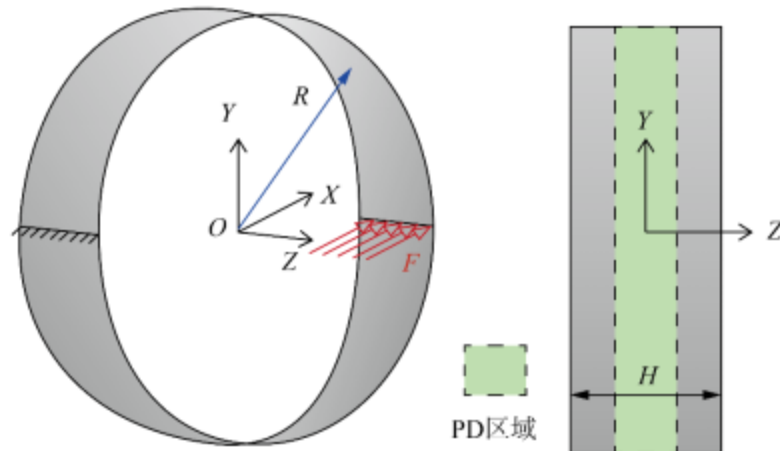


图 9 圆环模型

采用在 ANSYSapdl 中二次开发的 PeriFEM 单元对该模型进行计算分析。完成求解后对

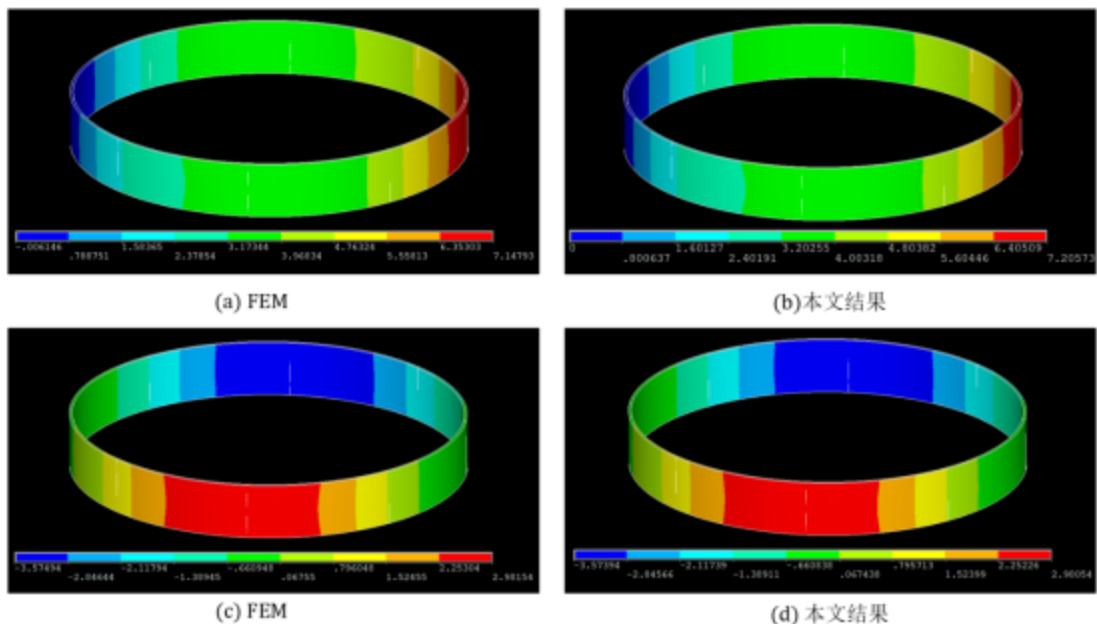


图 10 位移云图结果对比

结果进行后处理，如图 10 所示。图 10(a)、(b) 显示了 X 向位移的对比结果，图 11(c)、(d) 展示了 Y 向位移的对照情况。通过对比可见，两种方法所得位移变化趋势基本一致。

3.2 裂纹扩展及断裂算例

3.2.1 具有预制裂纹的三孔板

在本例中，选择了一块带有预制缺口的带孔混凝土试件进行验证^[32]，其几何模型与边界设定如图 11 所示。试样的尺寸为：宽度 $W = 65 \text{ mm}$ ，高度 $L = 120 \text{ mm}$ ，厚度 $t = 10 \text{ mm}$ ， $r = 20 \text{ mm}$ ，孔径 $d_1 = d_2 = 10 \text{ mm}$ ， $d_3 = 20 \text{ mm}$ ， $p = 28.5 \text{ mm}$ ， $q = 51 \text{ mm}$ ， $a = 5 \text{ mm}$ ， s

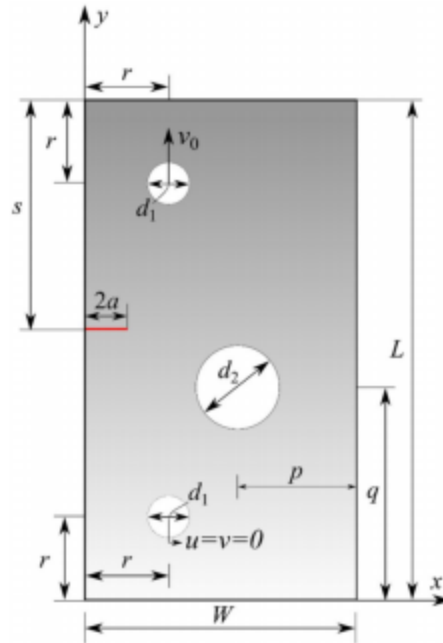
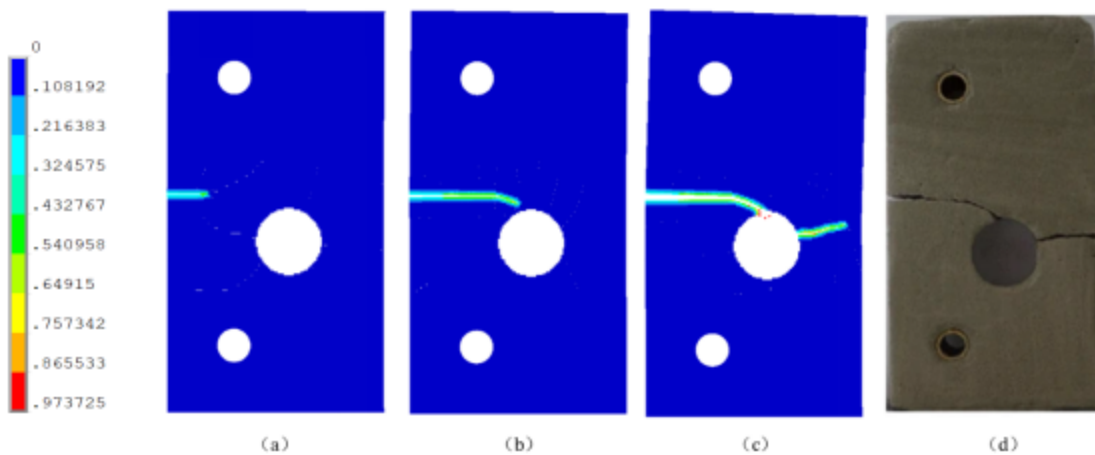


图 11 三孔预制裂纹板的尺寸和边界条件

$= 62 \text{ mm}$ 。其材料为水泥砂浆，配比为水泥占 22%、砂占 66%、水占 12%。根据实验测得，其密度为： $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$ ，弹性模量为 $E = 5.98 \text{ GPa}$ ，泊松比为 $\nu = 0.22$ ，断裂能为 $G_c = 2280 \text{ J/m}^2$ 。

试样中设置下销固定，并在上销施加加载力，同时通过一个偏离中心的圆孔引导混合模



式

图 12 三孔板裂纹扩展 (a) $137 \mu\text{s}$ (b) $225 \mu\text{s}$ (c) $394 \mu\text{s}$ (d) 实验^[32]

的裂纹发生。在固定下销位置的基础上，于上销孔对应的上边界区域施加 140 N 的载荷。为降低计算成本，采用局部网格加密方法：在圆孔上下各 15 mm 范围内进行网格细化，同时对预计裂纹起始区域进行局部加密，细化区域的网格间距为 $\Delta = 0.5 \text{ mm}$ 。近场作用域选为 $\delta = 3\Delta$ ，时间步长设置为 $\Delta t = 1 \times 10^{-8} \text{ s}$ 。

计算完成后，经后处理可以清晰观察到裂纹稳定扩展的路径。图 12 展示了裂纹在加载过程中的各阶段扩展情况：裂纹起始于缺口，在载荷持续施加下逐步扩展，沿曲线形态蔓延至偏心圆孔，随后再次从孔边向试样右缘扩展形成次级裂纹。将模拟结果与实验数据对比后发现，预测的裂纹轨迹与实验观测范围较为一致，且与相关文献中的裂纹扩展路径基本相符。

3.2.2 圆柱结构的拉伸

为了进一步本文近场动力学有限元法 (PeriFEM) 捕捉曲面结构在拉伸和弯曲条件下裂纹演化的能力，本文采用是一个带有初始裂纹的四分之一圆柱体结构^[33]，如图 13 所示。试样的尺寸如下：长度为 240 mm，内半径为 100 mm，外半径为 100.1 mm，初始缺口的宽度为 3 mm，长度为 6 mm。模型材料参数为：弹性模量 $E = 200 \text{ GPa}$ ，泊松比为 $\nu = 0.3333$ ，密度为 $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ ，断裂能为 $G_c = 2000 \text{ J/m}^2$ 。

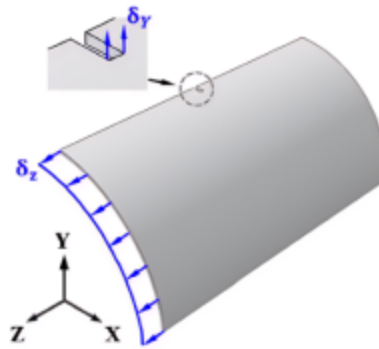


图 13 受端面拉伸的四分之一圆柱

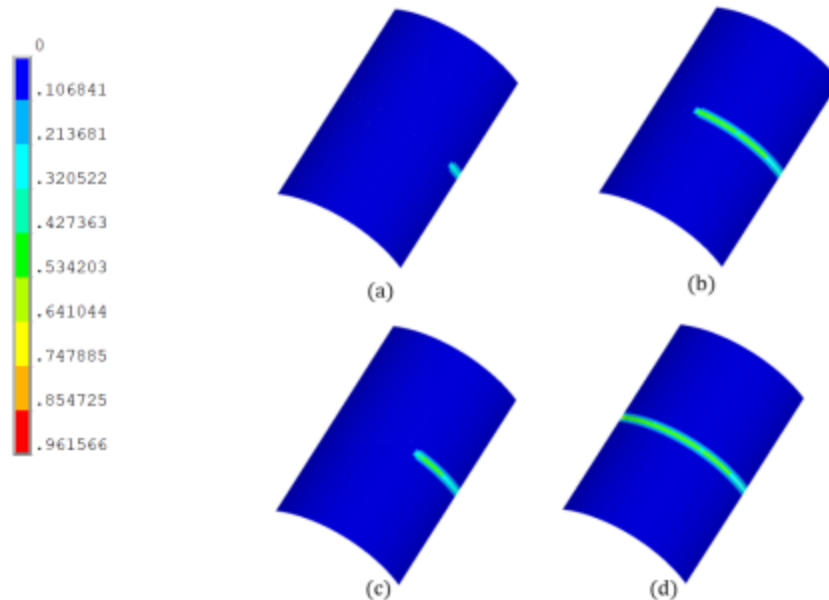


图 14 圆柱裂纹扩展路径(a)36 μs ，(b)79 μs ，(c)145 μs ，(d)170 μs

为满足对称边界条件，在 $X=0$ 一侧的边界上限制 X 方向上平动自由度，在 $Y=0$ 一侧的边界上限制在 Y 方向上限制平动自由度。此外，试样背部边界在 Z 方向上的平动自由度也被限制了，而前端面施加 Z 方向的均布载荷 10N ，缺口边缘则施加了 Y 方向的两点集中载荷，关于断裂属性，采用 $\Delta = 2\text{mm}$ 的网格离散处理选取的近场域大小为 $\delta = 3\Delta$ ，时间步大小为 $\Delta t = 1 \times 10^{-8}\text{s}$ 。

通过 ANSYSapdl 的后处理结果可清晰观测到裂纹扩展路径的稳定演化过程。图 14 展示了裂纹在不同加载阶段的发展形态：随着边界载荷持续增加，裂纹自缺口处起始扩展，并沿弧形轨迹蔓延至圆柱体另一端。数值模拟所得裂纹路径与文献中另一种方法所预测的断裂趋势具有高度一致性。

4 结论

(1) 基于 Kirchhoff 板壳理论与微梁键机制，建立了适用于弹性小变形问题的近场动力学壳体本构模型。通过插值函数求解微梁键的位移，从而计算其微势能，进一步依据应变能密度一致性原则推导本构参数，并引入均质化假设以简化整体推导过程。同时，提出基于应变能的断裂准则，能更精准地判断板壳断裂情况。

(2) 在 ANSYS 软件实现方面，运用 APDL 和 UPF 进行二次开发。设计包含高斯积分、键刚度计算和断键判断的核心算法模块，借助 UPF 子程序实现单元刚度矩阵动态生成与键断裂状态实时更新，利用 APDL 完成参数化建模与流程控制，开发后处理可视化编码实现损伤场直观显示。这一系列操作将无网格的近场动力学理论融入有网格的有限元分析体系，为工程应用提供了便利工具。

(3) 通过多组数值算例对模型进行验证。选择平面变形、弯曲变形等多种算例验证模型收敛性，再利用裂纹扩展算例检验模型预测裂纹的准确性。分析结果表明，所建立的模型能够有效预测板壳结构的裂纹扩展路径，验证了其对未来研究目标的良好适应性与准确性。

-
- [1] Xu X-P, Needleman A. Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1994, 42(9): 1397–1434.
- [2] Belytschko T, Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, 45(5): 601–620.
- [3] Moës N, Dolbow J, Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, 46(1): 131–150.
- [4] Cox B N, Gao H, Gross D, et al. Modern topics and challenges in dynamic fracture [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2005, 53(3): 565–596.
- [5] Eringen A C, Edelen D. On nonlocal elasticity [J]. *International Journal of Engineering Science*, 1972, 10(3): 233–248.
- [6] Kröner E. Elasticity theory of materials with long range cohesive forces [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1967, 3(5): 731–742.
- [7] Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2000, 48(1): 175–209.
- [8] Silling S A, Epton M, Weckner O, et al. Peridynamic states and constitutive modeling [J]. *Journal of Elasticity*, 2007, 88(2): 151–184.
- [9] Silling S A, Weckner O, Askari E, et al. Crack nucleation in a peridynamic solid [J]. *International Journal of Fracture*, 2010, 162(1–2): 219–227.
- [10] Gerstle W, Sau N, Silling S. Peridynamic modeling of concrete structures [J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2007, 237(12–13): 1250–1258.
- [11] Liu W, Hong J W. Discretized peridynamics for linear elastic solids [J]. *Computational Mechanics*, 2012, 50(5): 579–590.
- [12] Prakash N, Seidel G D. A novel two-parameter linear elastic constitutive model for bond based peridynamics [C]// 56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. 2015: 0461.
- [13] Zhou X, Shou Y. Numerical simulation of failure of rock-like material subjected to compressive loads using improved peridynamic method [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2017, 17(3): 04016086.
- [14] Zhu Q, Ni T. Peridynamic formulations enriched with bond rotation effects [J]. *International Journal of Engineering Science*, 2017, 121: 118–129.
- [15] Zheng G, Shen G, Xia Y, et al. A bond-based peridynamic model considering effects of particle rotation and shear influence coefficient [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2020, 121(1): 93–109.
- [16] Han F, Xu X. An adaptive peridynamics-local continuum damage model for dynamic fracture analysis [J]. *Computational Mechanics*, 2016, 57(5): 867–882.
- [17] Bobaru F, Duangpanya M. The peridynamic formulation for transient heat conduction [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010, 53(19–20): 4047–4059.
- [18] O’Grady J, Foster J T. Peridynamic plates and flat shells: A non-ordinary, state-based model [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2014, 51(25–26): 4572–4579.
- [19] Taylor R L, Steigmann D J. A derivation of peridynamics from nonlinear continuum mechanics [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2014, 62: 286–297.
- [20] Taştan M, Madenci E. Peridynamic modeling of orthotropic plates based on homogenization [J]. *Composite Structures*, 2019, 220: 77–87.

-
- [21] Diyaroglu C, Canbazoglu F M, Kilic B, Madenci E. Peridynamic modeling of thick plates under transverse loading [J]. *Engineering Structures*, 2020, 206: 110119.
- [22] Chowdhury A, Roy R, Chakraborty D. A peridynamic formulation for laminated composite plates based on refined zig-zag theory [J]. *Composite Structures*, 2020, 250: 112495.
- [23] Yang X, Wang L, et al. A Peridynamics-Enhanced Finite Element Method for Dynamic Fracture Modeling in Composite Materials [J]. *Composite Structures*, 2021, 267: 113882.
- [24] Behradinasab M, Khodabakhshi P, Rabczuk T, et al. A rotation-free peridynamic shell formulation for large deformation and fracture analysis [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 373: 113470.
- [25] Shen Y, Wang W, Oterkus E, et al. A novel micro-beam bond-based peridynamic shell model for large deformation and failure analysis [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2022, 217: 106972.
- [26] Zheng G, Zhang B, Xia Y, Shen G. Coupled peridynamic model for geometrically nonlinear deformation and fracture analysis of thin shell structures. *J. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 424, 116874. (2024).
- [27] Han, F., Li, Z., Zhang, J., Liu, Z., Yao, C., et al. ABAQUS and ANSYS Implementations of Peridynamics-Based Finite Element Method (PeriFEM) for Brittle Fractures [J]. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2023.
- [28] Kilic S, Madenci E. A Coupling Strategy for Peridynamics and Finite Element Method with Overlap Regions [J]. *Computational Mechanics*, 2018, 60(2): 347–362.
- [29] Seleson P, Liu W K, Mahapatra S. A mixed model for peridynamics and classical elasticity [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2014, 97(9): 601–626.
- [30] Bobaru F, Duangpanya M. The peridynamic formulation for transient heat conduction [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010, 53 (19–20): 4047–4059.
- [31] Foster J T, Silling S A, Chen W. An energy based failure criterion for use with peridynamic states [J]. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 2011, 9 (6): 675–688.
- [32] Ambati M, Gerasimov T, De Lorenzis L. A review on phase-field models of brittle fracture and a new fast hybrid formulation [J]. *Computational Mechanics*, 2015, 55: 383–405.
- [33] Liu, Z., J. Reinoso and M. Paggi, Phase field modeling of brittle fracture in large-deformation solid shells with the efficient quasi-Newton solution and global-local approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022. 399: p. 115410.

第一作者简介: 郑国君, 博士, 大连理工大学力学与航空航天学院副教授, 研究生导师。

主要从事汽车数字化、智能化、并行计算、工业软件开发、纤维增强复合材料、车身结构轻量化方面的相关工作; 在 *CMAME*、*IJNME*、*力学学报* 等国内外顶级期刊发表多篇原创性论文, 主持国家自然科学基金青年项目 1 项, 辽宁省基础科学研究计划 1 项, 参与多项国家自然科学基金和 973、863、重点研发项目。联系方式: gj_heng@dlut.edu.cn